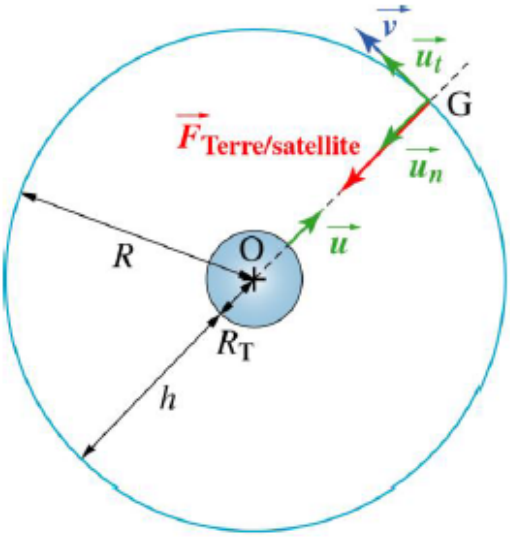
13 *Dans le manuel élève, question 1. b. : l'élève est renvoyé aux « notations de l'encadré Données » (au lieu des « notations du texte » dans le spécimen).*

1. a.



© CORÉDOC. NATHAN 2012

Le système étudié est le satellite ponctuel de masse m, dont le mouvement est étudié dans le référentiel géocentrique, galiléen.

b. D'après les notations des données, le satellite étant supposé ponctuel et la Terre à répartition sphérique de masse, la loi d'interaction gravitationnelle permet de donner l'expression de la force exercée par la Terre sur le satellite :

$$\overrightarrow{F_{\text{Terre/Satellite}}} = -G\frac{m_{\text{sat}}M_T}{(R_T+h)^2}\vec{u}$$

$\vec{u}$ est un vecteur unitaire de direction (OG) orienté de O vers G (voir énoncé et schéma).

c. En considérant que m_{sat} est constante, l'application de deuxième loi de Newton donne la relation :

$$\overrightarrow{F_{\text{Terre/Satellite}}} = m_{\text{sat}}\cdot\vec{a} \quad \text{soit} \quad \vec{a} = -G\frac{M_T}{R^2}\vec{u}$$

d. Dans (G, $\vec{u_t}$, $\vec{u_n}$), $\vec{u_n} = -\vec{u}$, on peut ainsi écrire :

$$\vec{a}\left|\begin{array}{l}0\\ G\dfrac{M_T}{R^2}\end{array}\right. \quad \text{et} \quad \vec{a}\left|\begin{array}{l}a_t = \dfrac{dv}{dt}\\ a_n = \dfrac{v^2}{R}\end{array}\right.$$

L'égalité des coordonnées de $\vec{a}$ sur (G, $\vec{u_t}$) conduit à la relation $\frac{dv}{dt} = 0$ à chaque instant ; soit v = cte : le mouvement du satellite est uniforme.

L'égalité des coordonnées de $\vec{a}$ sur (G, $\vec{u_n}$) conduit à la relation :

$$G\frac{M_T}{R^2} = \frac{v^2}{R}$$

soit, après simplification : $$v^2 = \frac{GM_T}{R}$$

e. La période de révolution est la durée de parcours d'une circonférence de longueur $L = 2\pi R$. Le mouvement étant uniforme :

$$v = \frac{L}{T} \quad \text{et} \quad v = \sqrt{\frac{GM_T}{R}} \quad \text{soit} \quad T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{GM_T}{R}}} = 2\pi R\sqrt{\frac{R}{GM_T}} \quad \text{soit} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM_T}}$$

A.N. :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(6,38\times10^3\times10^3 + 23,6\times10^3\times10^3)^3}{6,67\times10^{-11}\times5,98\times10^{24}}} = 5,17\times10^4 \text{ s}$$

2. a. Galileo :
$R = R_T + h = 3,00\times10^4$ km ;
$T = 5,17\times10^4$ s ;
$R^3 = 2,69\times10^{13}$ km^3 ;
$T^2 = 2,67\times10^9$ s^2.

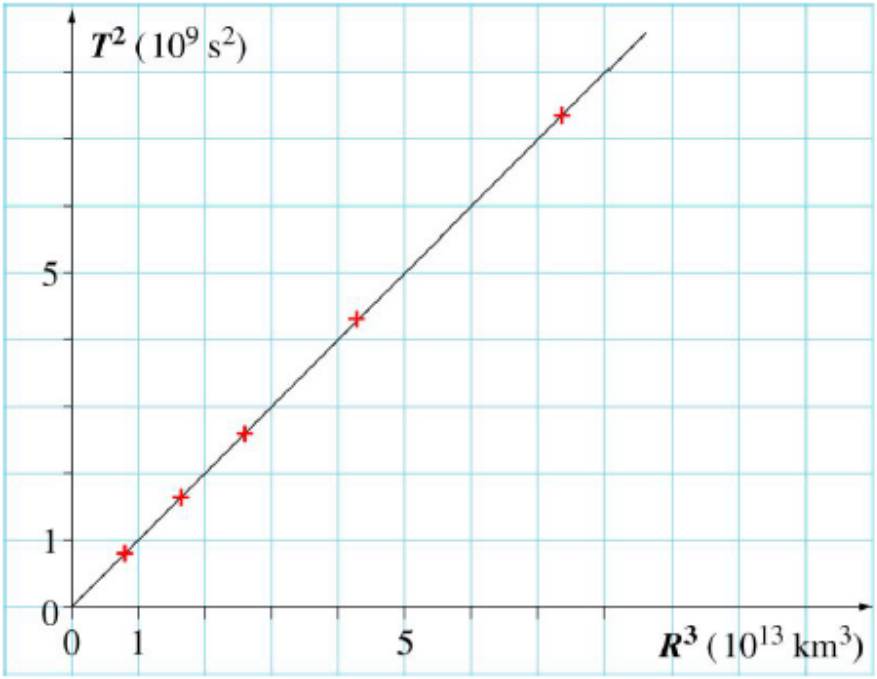
b. L'expression

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM_T}} \text{ donne :}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_T}R^3, \text{ soit}$$

$$T^2 = kR^3.$$

T^2 est proportionnel à R^3, ce que confirme le graphique puisque la représentation de T^2 en fonction de R^3 est une droite passant par l'origine.



© CORÉDOC. NATHAN 2012

c. La troisième loi de Kepler est vérifiée dans le cas de satellites en orbite circulaire autour de la Terre : le carré de la période de révolution de ceux-ci est proportionnel au cube du rayon de leur trajectoire.