13 Satellites terrestres et troisième loi de Kepler (7 points)

adapté d'un sujet de Bac

PROBLÉMATIQUE

La troisième loi de Kepler énoncée dans le cas des planètes peut-elle être vérifiée dans le cas de satellites en orbite circulaire autour de la Terre ?
Pour répondre à cette question nous allons étudier les caractéristiques du mouvement de satellites artificiels en orbite circulaire autour de la Terre.

Doc 1. Mouvement du satellite Giove-A autour de la Terre

Connaître sa position exacte dans l'espace et dans le temps, autant d'informations qu'il sera nécessaire d'obtenir de plus en plus fréquemment avec une grande fiabilité. Dans quelques années, ce sera possible avec le système de radionavigation par satellite GALILEO, initiative lancée par l'Union européenne et l'Agence spatiale européenne (ESA). Ce système mondial assurera une complémentarité avec le système actuel GPS (Global Positioning System).

GALILEO repose sur une constellation de trente satellites et des stations terrestres permettant de fournir des informations concernant leur positionnement à des usagers de nombreux secteurs (transport, services sociaux, justice, etc.).

Le premier satellite du programme, Giove-A, a été lancé le 28 décembre 2005.

D'après le site http://www.cnes.fr/

QUESTIONS

1. **a.** Sans souci d'échelle, faire un schéma représentant la Terre, le satellite sur sa trajectoire et la force exercée par la Terre sur le satellite. Dans quel référentiel le mouvement du satellite est-il décrit ?
b. En utilisant les notations du texte, donner l'expression vectorielle de cette force.
On notera $\vec{u}$ le vecteur unitaire dirigé de O vers G.
c. En appliquant la seconde loi de Newton au satellite, déterminer l'expression du vecteur-accélération $\vec{a}$ du point G.
d. Montrer alors que le mouvement de Giove-A est uniforme et vérifier que la valeur v de la vitesse du satellite est telle que : $v^2 = G\dfrac{M_T}{R}$ avec $R = R_T + h$.
e. Déterminer l'expression de la période de révolution T du satellite Giove-A en fonction de G, M_T et R. Calculer sa valeur.

DONNÉES

- Constante de gravitation : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$
- La Terre est supposée sphérique et homogène. On appelle O son centre, sa masse $M_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg et son rayon $R_T = 6{,}38 \times 10^3$ km
- Le satellite Giove-A est assimilé à un point matériel G de masse $m_{sat} = 700$ kg. Il est supposé soumis à la seule interaction gravitationnelle due à la Terre, et il décrit de façon uniforme un cercle de centre O, à l'altitude $h = 23{,}6 \times 10^3$ km.

Doc 2. Comparaison avec d'autres satellites terrestres

Il existe actuellement deux systèmes de positionnement par satellites : le système américain GPS et le système russe GLONASS.

Le tableau fourni sur suivant, rassemble les périodes de révolution T et les rayons R des trajectoires des satellites correspondants, ainsi que les données relatives aux satellites de type Météosat.

Satellite	R (km)	T (s)	R^3 (km^3)	T^2 (s^2)
GPS	$20{,}2 \times 10^3$	$2{,}88 \times 10^4$	$8{,}24 \times 10^{12}$	$8{,}29 \times 10^8$
GLONASS	$25{,}5 \times 10^3$	$4{,}02 \times 10^4$	$1{,}66 \times 10^{13}$	$1{,}62 \times 10^9$
GALILEO				
METEOSAT	$42{,}1 \times 10^3$	$8{,}58 \times 10^4$	$7{,}46 \times 10^{13}$	$7{,}36 \times 10^9$

Ces données permettent de tracer la courbe donnant T^2 en fonction de R^3.

QUESTIONS

2. **a.** Donner les valeurs qui permettent de compléter la ligne du tableau relative au satellite Giove-A (GALILEO) et tracer la courbe T^2 en fonction R^3.
b. Montrer que le résultat de la question 1. **e** est conforme au tracé obtenu.
c. Répondre à la question posée en début d'exercice.

14 Galilée et la méthode expérimentale (4 points)

PROBLÉMATIQUE

Les travaux de Galilée concernant les oscillations du pendule ont été à l'origine de la conception de l'horloge à balancier par Huyghens. À travers l'étude d'extraits de textes de Galilée confrontons les résultats des expériences qu'il a réalisées avec nos connaissances.

Doc 1. La vulgarisation scientifique par Galilée

Extrait 1

J'ai pris deux boules, l'une en plomb et l'autre en liège, celle-la au moins 100 fois plus lourde que celle-ci, puis j'ai attaché chacune d'elles à deux fils très fins tous deux de quatre coudées fixées par le haut. Puis les écartant alors de la position perpendiculaire, je les lâchais en même temps [...] ; une bonne centaine d'allées et venues accomplies par les boules elles-mêmes, m'ont clairement montré qu'entre la période du corps pesant et celle du corps léger, la coïncidence est telle que sur mille vibrations comme sur cent, le premier n'acquiert sur le second aucune avance, fut-ce la plus minime, mais que tous deux ont un rythme de mouvement rigoureusement identique.

Extrait 2

Notez ici deux détails qui méritent d'être connus. L'un, c'est que les vibrations de ce pendule se font nécessairement et en des temps si déterminés qu'il est absolument impossible de les faire accomplir en des temps différents, sauf à allonger ou raccourcir la corde ; vous pouvez aussi vous en assurer tout de suite par l'expérience : accrochez une pierre à une ficelle dont vous tenez l'autre bout en main, et, essayez par tous les moyens que vous voudrez, sauf l'allongement ou le raccourcissement de la ficelle d'arriver à la faire osciller autrement que dans son temps déterminé : vous verrez que c'est absolument impossible.

L'autre détail est vraiment étonnant : le même pendule fait ses vibrations avec la même fréquence (du moins les différences sont très petites et presque imperceptibles), que les arcs sur cette circonférence soient très grands ou très petits. Je le déclare, que nous écartions d'un, deux ou trois degrés seulement ou bien de 70, 80, voire d'un angle droit, une fois qu'on l'aura laissé en liberté, dans les deux cas les vibrations auront la même fréquence [...].

Galilée, *Discours concernant deux sciences nouvelles* PUF, 1995

Extrait 3

Dans ce court extrait du Dialogue sur les deux grands systèmes du Monde, Galilée expose ses idées à travers le discours de Salviati.

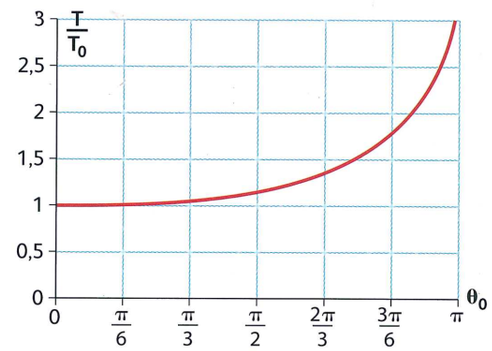
Salviati : Pour obtenir un premier pendule dont la durée d'oscillations soit le double de celui d'un second pendule, il convient de donner au premier une longueur quadruple de celle du second.

Galilée, *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde*

1 coudée équivaut à 50 cm.

Doc 2. Influence de l'amplitude sur la période

Pour des oscillations de faible amplitude, la période des oscillations du pendule de Galilée que l'on modélise par un fil à l'extrémité duquel est fixé un point matériel de masse m, s'exprime par

la relation $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$ où ℓ représente la longueur du pendule.

Lorsque l'amplitude augmente, le graphe ci-dessous montre la variation du rapport $\dfrac{T}{T_0}$ avec l'amplitude θ_0.