DONNÉES

- $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
- Masse de la balle $m = 45$ g.
- On prendra l'énergie potentielle de pesanteur $\mathscr{E}p_0 = 0$ J à $y_0 = 0$ m.

QUESTIONS

1. Après avoir relevé les valeurs des coordonnées (x_R, z_R) de la position du rebond montrer, en vous appuyant sur les graphes $v_x(t)$ et $v_z(t)$, que la balle a un mouvement de chute libre (c.a.d. le vecteur accélération du point B est $\vec{a} = \vec{g}$) de l'instant du lancer à l'instant juste avant le rebond.
Vérifier (en justifiant) qu'il en est de même après le rebond.
2. Quelles sont les modifications du vecteur vitesse du centre de la balle dues au rebond ?
3. **a.** Rappeler l'expression de l'énergie mécanique $\mathscr{E}_m$ de la balle.
b. Montrer que l'énergie mécanique $\mathscr{E}_{m1}$ de la balle reste constante avant le rebond. Calculer sa valeur.
c. L'énergie mécanique de la balle est modifiée juste après le rebond. Calculer sa nouvelle valeur $\mathscr{E}_{m2}$.
Expliquer la variation d'énergie mécanique de la balle lors du rebond.

12 Saturne à l'étude (12 points)

PROBLÉMATIQUE

Les données concernant les planètes sont nombreuses. Pour Saturne par exemple, les ouvrages donnent son rayon $R_S = 6{,}0 \times 10^4$ km, ou encore sa période de rotation $T_s = 10$ h 47 min, sa masse $M_s = 5{,}69 \times 10^{26}$ kg, le rayon de l'orbite de certains de ses satellites comme Titan, $R = 1{,}22 \times 10^6$ km. La sonde européenne Cassini-Huygens nous a d'ailleurs livré en juillet 2004 les premiers clichés des anneaux de Saturne permettant ainsi d'en étudier la structure en détail. L'utilisation de sondes spatiales permet d'enrichir les connaissances concernant les planètes et leurs satellites. Mais comment peut-on déterminer la masse d'une planète ou encore sa période de rotation à partir d'observations depuis la Terre ? Pour répondre à cette question, nous allons nous intéresser au cas de Saturne.

DONNÉES

- Constante de gravitation universelle $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ SI
- Le décalage Doppler-Fizeau $\Delta\lambda$ entre λ et λ' respecte la relation : $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{2v}{c}$ avec $c = 3{,}00 \times 10^8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Doc 1. Caractéristiques du mouvement de Titan et masse de Saturne

On se place dans le référentiel saturno-centrique, centré sur Saturne et dont les trois axes sont dirigés vers trois étoiles lointaines supposées fixes.
On considère que la planète Saturne et son satellite Titan sont des corps dont la répartition des masses est à symétrie sphérique.
On étudie le mouvement du centre O de Titan. L'excentricité orbitale de Titan étant très faible, on considèrera sa trajectoire circulaire de rayon R dont le centre S est confondu avec le centre de Saturne.
Soit $\vec{u}$ le vecteur unitaire porté par la droite ST orienté de S vers T.

Doc 2. Période de rotation de Saturne

La figure ① ci-contre schématise le spectre de la lumière reçue sur Terre en provenance directe du Soleil. Le fond continu coloré est causé par la lumière blanche issue de sa photosphère. Les raies d'absorption sont caractéristiques des éléments présents dans son atmosphère.

La figure ② schématise le spectre de la lumière reçue sur Terre en provenance Saturne. La fente du spectroscope se situe dans le plan équatorial de Saturne. Cette planète diffuse la lumière du Soleil. On y retrouve donc les raies noires d'absorption mais celles-ci sont inclinées du fait du mouvement de rotation de Saturne.

En effet, certains des points de l'équateur de Saturne, comme O sur la figure ③, s'approchent de la Terre pendant que d'autres, tels que E, s'en éloignent. Le point S n'a lui aucun mouvement suivant la direction de visée. Du fait de l'effet Doppler-Fizeau, les parties de raies d'absorption correspondant à O se décalent dans un sens tandis que celles correspondant à E se décalent dans l'autre sens. Il apparaît donc une inclinaison des raies dans leur ensemble.

Figure 1

Figure 2

L'utilisation d'un logiciel de traitement d'image a conduit au résultat suivant. Une raie d'absorption a pour longueur $\lambda = 447{,}5925$ nm d'onde au milieu du spectre et $\lambda' = 447{,}5620$ nm le long de la bordure supérieure.

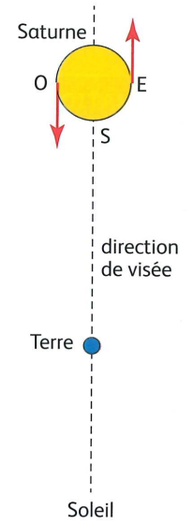

Figure 3 Saturne en opposition

QUESTIONS

A. 1. Forces
On considère que la seule force gravitationnelle exercée sur Titan de masse M_T provient de Saturne.
a. Représenter qualitativement sur un schéma, Saturne, Titan, et la force extérieure qui s'exerce sur Titan.
b. Donner l'expression vectorielle de cette force.

A. 2. Accélération
a. Déterminer l'expression vectorielle de l'accélération $\vec{a}$ du centre de Titan en précisant la loi utilisée.
b. On se place dans la base orthonormée $(\vec{u_t}, \vec{u_n})$ centrée en O dans laquelle $\vec{u_t}$ est un vecteur unitaire porté par la tangente à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement et $\vec{u_n}$ un vecteur unitaire perpendiculaire à $\vec{u_t}$ et dirigé vers l'intérieur de la trajectoire $(\vec{u_n} = -\vec{u})$.
On donne l'expression de $\vec{a}$ dans la base orthonormée $(\vec{u_t}, \vec{u_n})$: $\vec{a} = \vec{a_t}\vec{u_t} + \vec{a_n}\vec{u_n}$.
Donner les expressions littérales de a_t et de a_n en fonction de la valeur v de la vitesse du satellite.

A. 3. Vitesse et période de révolution
a. Montrer que le mouvement de Titan est uniforme puis retrouver l'expression de la vitesse de Titan sur son orbite autour de Saturne :

$$v = \sqrt{\frac{GM_S}{R}}.$$

b. Établir l'expression de la période de révolution de Titan :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM_S}}.$$

c. Les valeurs de T et R citées dans le texte d'introduction de l'exercice sont déduites de mesures effectuées grâce à des observations depuis la Terre. Vérifier que ces valeurs permettent de retrouver la valeur de la masse de Saturne citée dans ce même document.
B. a. Dans la situation de la figure ③, la partie supérieure du spectre de la figure ② correspond-elle à la lumière diffusée par O, S ou E ? Et celle de la partie centrale ?
b. Déterminer, dans le référentiel terrestre, la valeur de la vitesse v du point O suivant la direction de visée.
c. En utilisant la valeur précédente et celle du rayon R_S de Saturne donnée en début d'exercice, déterminer la valeur de la période de rotation T_S de Saturne. Est-elle compatible avec la valeur citée dans le document ?